**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение**

**города Керчи Республики Крым**

**«Школа-гимназия № 2 им. В. Г Короленко»**

**ТЕХНОЛОГИЯ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ**

**«Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Расстояние от точки до плоскости»**

**11 класс**

 **Учитель математики**

 **Евдокимова И. Л.**

**Керчь**

**1019**

**ТЕМА УРОКА: ВЫЧИСЛЕНИЕ УГЛОВ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ И ПЛОСКОСТЯМИ. РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ.**

**ЦЕЛИ:**

**Обучающая:** Формировать знания и умения, необходимые для применения в практической деятельности, умения применять полученные знания в новой ситуации.

**Развивающая:** Развивать логическое мышление, познавательный интерес, способствовать освоению новых приемов решения задач.

**Воспитательная:** Воспитывать внимание, интерес к предмету, навыки учебного труда.

**Тип урока:** урок отработки и совершенствования знаний, умений, навыков.

**Оборудование:** компьютер преподавателя, мультимедиа проектор, карточки с заданиями для домашней самостоятельной работы.

**Ход урока:**

1. **Оргмомент.**

Учитель приветствует учащихся, проверка присутствующих на уроке, проверка готовности к уроку, наличие учебных принадлежностей. Настрой учащихся на учебную деятельность.

1. **Мотивация, постановка целей урока.**

Главной целью изучения метода координат в пространстве должно стать получение вами глубоких знаний и умений, которые вы будете способны применить как при сдаче ГИА, так и в практической деятельности. Сегодня мы с вами рассмотрим применение метода координат в пространстве на примере решения задачи ЕГЭ профильного уровня с развернутым ответом .

1. **Актуализация знаний.**

На предыдущих уроках мы с вами изучили формулы для нахождения :

1. угла между двумя прямыми
2. угла между прямой и плоскостью
3. угла между плоскостями
4. расстояния от точки до плоскости
5. уравнение плоскости

Давайте вспомним эти формулы и понятия направляющего вектора прямой и нормали к плоскости.

Учащиеся отвечают на поставленные вопросы, записывают на доске формулы.

Итак, сегодня на уроке нам понадобятся эти знания.

1. **Этап совершенствования знаний, умений и навыков.**

Перед вами текст задачи, составленной из задач №14 (вариант 1, вариант 5) сборника задач «Математика. Профильный уровень. ЕГЭ 2019» под редакцией И. В. Ященко, часть 2 .

**Задача. Основанием правильной пирамиды SАВС служит треугольник АВС со стороной 6. Ребро SА перпендикулярно грани SBC. Через вершину пирамиды S и середины ребер АС и ВС проведена плоскость α.**

**а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α является равносторонним треугольником.**

**б) Найдите расстояние от вершины С до плоскости α.**

**в) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ASВ.**

**г) Найдите угол между плоскостью α и ребром SC.**

Так как целью урока является отработка координатного метода решения задачи и чертеж не представляет особой сложности, то на экран выводится текст задачи и чертеж к данной задаче (Слайд 1).

Проводится мозговой штурм.

Ребята анализируют условие задачи, рассматривают варианты доказательства пункта а), ищут способ введения системы координат для выполнения пунктов б)-г) и выстраивают систему действий для последовательного выполнения задания. Затем приступают к решению задачи ( каждый пункт выполняют разные ученики).

слайд 1.

**Задача. Основанием правильной пирамиды SАВС служит треугольник АВС со стороной 6. Ребро SА перпендикулярно грани SBC. Через вершину пирамиды S и середины ребер АС и ВС проведена плоскость α.**

**а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α является равносторонним треугольником.**

**б) Найдите расстояние от вершины С до плоскости α.**

**в) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ASВ.**

**г) Найдите угол между плоскостью α и ребром SC.**

слайд 2.

 **z**

 **С**

 **N**

 **М**

 **S B y**

 **А**

 **x**

Решение:

**а)** Первым этапом решения учащиеся доказывают, что все боковые грани равные равнобедренные прямоугольные треугольники. Затем рассматривают построенное сечение SMN. Так как MN – средняя линия ∆АВС, то MN=½ АВ. SM=SN, как медианы равных прямоугольных треугольников, проведенные к гипотенузе. М – центр окружности, описанной около ∆АSС. SM=AM=CM, как радиусы. Следовательно, SM=½ АС. Т. К. АВ=АС=ВС, то SM=SN= MN. Следовательно, ∆ SMN – равносторонний.

**б)** Так как боковые ребра пирамиды попарно перпендикулярны, то перевернем пирамиду таким образом, чтобы ее основанием был ∆ASB, тогда ребро SC –высота пирамиды. Введем систему координат как показано на рисунке ( слайд 2).

Из ∆ASB ($∠ASB=90°, ∠SAB=∠SBA=45°)$:

AS=AB·$\sin(45°)$ = 6 · $\frac{\sqrt{2}}{2}$ = 3 $\sqrt{2}$

SA = SB = SC.

Найдем уравнение плоскости SMN.

Уравнение плоскости имеет вид **ax + by + cz + d =0**, где a, b, c, d – числа, x , y, z- переменные. Т. к. плоскость SMN проходит через начало координат, то **d=0**. Найдем координаты точек M и N.

Т. к. M – середина АС, то по теореме Фалеса ее проекции на ось x и ось z являются серединами отрезков AS и CS соответственно. Аналогично, проекции точки N на ось y и на ось z - середины отрезков SB и SC соответственно. Тогда М ( $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ; 0 ; $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ), N (0 ; $\frac{3\sqrt{2}}{2} ; \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ). Подставив координаты точек M и N и значение d в уравнение плоскости, получим систему:

 $\frac{3\sqrt{2}}{2} a+ \frac{3\sqrt{2}}{2}$ c=0,

 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ b + $ \frac{3\sqrt{2}}{2}$ c =0, решив которую найдем уравнение плоскости SMN:

**x + y – z = 0**  и нормали к плоскости $\vec{n }$ **( 1; 1; -1).**

Используя формулу для нахождения расстояния от точки до плоскости

**L=**$\frac{\left|ax\_{0 }+ by\_{0}+cz\_{0}+d\right|}{\sqrt{a²+b²+c²}}$найдем расстояние от точки С(0; 0; 3 $\sqrt{2}$) до плоскости SMN:

L =$\frac{\left|1·0+1·0-1·3 \sqrt{2}\right|}{\sqrt{1²+1²+(-1)²}}$ =$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ = $\sqrt{6}$

в) Так как плоскость ASB совпадает с координатной плоскостью xOy, то она задана уравнением z=0. Вектор $\vec{m}$ (0; 0; 1) является нормалью к плоскости ASB. Тогда

cos $∠$ ( (ASB); α ) =cos $∠$($\vec{m}$ ; $\vec{n}$ )= $\left|\frac{\vec{m}\*\vec{n}}{\left|\vec{m}\right|\*\left|\vec{n}\right|}\right|$= $\frac{\left|0\*1+0\*1+1\*(-1)\right|}{1\*\sqrt{1²+1²+(-1)²}}$ =$\frac{1}{\sqrt{3}}$

$∠$ ( (ASB); α ) = arcos ($\frac{1}{\sqrt{3}})$

г) Так как $\vec{SC}$ (0; 0; 3 $\sqrt{2}$) , то

sin $∠$ ( SC; α ) = $\left|\cos(∠(\vec{SC};\vec{n } ))\right|$ = $\left|\frac{\vec{SC}\*\vec{n}}{\left|\vec{SC}\right|\*\left|\vec{n}\right|}\right|$= $\left|\frac{\left|0\*1+0\*1+3 \sqrt{2}\*(-1)\right|}{\sqrt{0²+0²+(3 \sqrt{2})²}\*\sqrt{1²+1²+(-1)²}}\right|$ =$\frac{3 \sqrt{2}}{3 \sqrt{2}\*\sqrt{3}}$ =$\frac{1}{\sqrt{3}}$

$∠$ ( SC; α ) = arcsin ($\frac{1}{\sqrt{3}}$ )

Ответ: б) $\sqrt{6}$ ; в) arcos ($\frac{1}{\sqrt{3}}) $; г) arcsin ($\frac{1}{\sqrt{3}}$ ).

1. **Рефлексия.**

Начертите в тетради отрезок и расставьте на нем деления от 0 до 5.

Отметьте на этом отрезке :

* Буквой «Н» - степень новизны подхода к решению задачи на сегодняшнем уроке;
* Буквой «П» - степень полезности такого подхода при решении задач на вычисление углов между прямыми, углов между прямыми и плоскостями, углов между плоскостями, нахождения расстояния от точки до плоскости;
* Буквой «У» - степень удовлетворенности собственной работой на уроке и полнотой восприятия материала.
1. **Домашнее задание.**

Ребята, с целью отработки координатного метода при решении задач №14 ЕГЭ профильного уровня, вы получаете разноуровневую домашнюю самостоятельную работу. Каждый из вас может выбрать задачу по силам.

Вариант 1.\*

 Дан куб ABCD$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$. Найдите угол между плоскостями А$В\_{1}С\_{1}$ и $A\_{1}В\_{1}$С.

Вариант 2.\*\*

В основании четырехугольной пирамиды SABCD лежит прямоугольник ABCD со сторонами AB = 8 и BC =6. Длины боковых ребер пирамиды

SA =$\sqrt{21}$, SB =$\sqrt{85}$, SD = $\sqrt{57}$. Докажите, что SA – высота пирамиды. Найдите угол между прямыми SC и BD.

Вариант3.\*\*\*

Дана правильная четырехугольная призма ABCD$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$. АВ=ВС=2,$ AA\_{1}$ =3. На ребре $AA\_{1}$ взята точка E так, что АЕ:Е$A\_{1}$=1:2. Найти угол между плоскостями АВС и ЕВ$D\_{1}$.

Вариант 4.\*\*\*\*

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD все ребра равны 1. Точка F – середина ребра AS. Найдите угол между плоскостями SAD и BCF.

1. **Итог урока**

Ребята, сегодня на уроке мы с вами закрепили знания формул на вычисление углов между прямыми, углов между прямыми и плоскостями, углов между плоскостями, нахождения расстояния от точки до плоскости и использовали эти знания при решении задач по стереометрии из ЕГЭ, тем самым обогатив свой опыт решения задач и общий математический кругозор.

Спасибо за урок!

**Домашняя самостоятельная работа**

**Вариант 1. \***

 Дан куб ABCD$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$. Найдите угол между плоскостями А$В\_{1}С\_{1}$ и $A\_{1}В\_{1}$С.

**Вариант 2. \*\***

В основании четырехугольной пирамиды SABCD лежит прямоугольник ABCD со сторонами AB = 8 и BC =6. Длины боковых ребер пирамиды

SA =$\sqrt{21}$, SB =$\sqrt{85}$, SD = $\sqrt{57}$. Докажите, что SA – высота пирамиды. Найдите угол между прямыми SC и BD.

**Вариант3. \*\*\***

Дана правильная четырехугольная призма ABCD$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$. АВ=ВС=2,$ AA\_{1}$ =3. На ребре $AA\_{1}$ взята точка E так, что АЕ:Е$A\_{1}$=1:2. Найти угол между плоскостями АВС и ЕВ$D\_{1}$.

**Вариант 4. \*\*\*\***

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD все ребра равны 1. Точка F – середина ребра AS. Найдите угол между плоскостями SAD и BCF.





