

Администрация Великого Новгорода
Комитет по образованию
муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Гимназия «Квант»

"Утверждаю"

Директор МАОУ
«Гимназия «Квант»» Е.И. Киселёва



"Согласовано"

Заместитель директора
И.А. Егорова
12.09.2018 г.

Рассмотрено

на заседании МС
протокол № 1 от "12" 09 2018 г.

Руководитель МС Л.М. Голубинская

Рабочая программа

Наименование элективного курса: «Решение задач с параметрами»

Класс: 10-11

Учитель Свободная О.М.

Срок реализации программы – 2 года

Учебный год 2018-2019 (второй год)

Количество часов по учебному плану всего 68 часа за 2 года; в неделю – 1 час.

Рабочая программа элективного курса «Решение задач с параметрами» составлена на основе авторской программы Д.Ф. Айвазян

Рабочую программу составил (а) _____ Свободная О.М.

Пояснительная записка

Рабочая программа элективного курса «Решение задач с параметрами» составлена на основе авторской программы Д.Ф.Айвазян, является предметно-ориентированным и предназначен для реализации в 10-11 классах общеобразовательной школы для расширения теоретических и практических знаний учащихся. Курс адаптирован для 10 и 11 классов гимназии из расчёта 1ч в неделю, всего 68 часов за 2 года обучения.

Решение уравнений, содержащих параметры, - один из труднейших разделов математики. Запланированный данной программой для усвоения учащимися объём знаний необходим для овладения ими методами решения некоторых классов заданий с параметром, для обобщения теоретических знаний.

Целью данного курса является изучение избранных классов уравнений с параметрами и научное обоснование методов их решения, а также формирование логического мышления и математической культуры школьника. Курс имеет общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся. Программа данного элективного курса ориентирована на приобретение определённого опыта решения задач с параметрами. Изучение данного курса тесно связано с такими дисциплинами, как алгебра, алгебра и начала анализа, геометрия.

В результате курса учащиеся должны научиться применять теоретические знания при решении уравнений и неравенств с параметрами, знать некоторые методы решения заданий с параметрами (по определению, по свойствам функций, графически и т.д.)

Данный курс представляется особенно актуальным и современным, так как систематизирует знания учащихся, готовит их к более осмысленному пониманию теоретических сведений.

Данный курс имеет существенное образовательное значение для изучения алгебры. Он призван способствовать решению **следующих задач:**

- овладению системой знаний об уравнениях с параметром как о семействе уравнений, что исключительно важно для целостного осмысления свойств уравнений и неравенств, их особенностей;
- формированию логического мышления;
- вооружению учащихся специальными и общеучебными знаниями, позволяющими им самостоятельно добывать знания по данному курсу.

Кроме лекций и практикумов желательно использовать выступления с докладами (по результатам написания рефератов или выполнения индивидуального домашнего задания) или содокладами, дополняющими лекционные выступления учителя. Возможны и иные формы индивидуальной и групповой деятельности учащихся.

В структуре изучаемой программы выделяются следующие **основные разделы:**

- Введение. Понятие уравнений с параметрами. Первое знакомство с уравнениями с параметром.
- Линейные уравнения, неравенства и их системы.
- Квадратные уравнения и неравенства.
- Аналитические и геометрические приёмы решения задач с параметрами.
- Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами.

Содержание основных разделов

Введение. Понятие уравнений с параметрами. Первое знакомство с уравнениями с параметром.

Тема 1. Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром.

Линейные уравнения с параметром. Алгоритм решения линейных уравнений с параметром. Решение линейных уравнений с параметрами. Зависимость количества корней от значения коэффициентов **a** и **b**. Решение линейных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий (ограничений) к корням уравнений. Решение уравнений с параметрами, приводимых к линейным. Линейные неравенства с параметрами. Решение линейных неравенств с параметрами. Классификация систем линейных уравнений по количеству решений (неопределённые, определённые, однозначные, несовместные). Понятие системы линейных уравнений с параметрами. Алгоритм решения систем линейных уравнений с параметрами. Параметр и количество решений системы линейных уравнений.

Тема 2. Квадратные уравнения и неравенства.

Понятие квадратного уравнения с параметром. Алгоритмическое предписание решения квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами. Зависимость количества корней уравнения от коэффициента **a** и дискриминанта. Решение с помощью графика. Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения. Расположение корней квадратичной функции относительно заданной точки. Задачи,

сводящиеся к исследованию расположения корней квадратичной функции. Решение квадратных уравнений с параметром первого типа («для каждого значения параметра найти все решения уравнения»). Решение квадратных уравнений с параметром второго типа («найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям»). Решение квадратных неравенств с параметром первого типа. Решение квадратных неравенств с параметром второго типа.

Тема 3. Аналитические и геометрические приёмы решения задач с параметрами.

Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами. Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств. Использование симметрии аналитических выражений. Метод решения относительно параметра. Применение равносильных переходов при решении уравнений и неравенств с параметром.

Тема 4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами.

Решение тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами. Решение показательных уравнений и неравенств с параметрами. Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами. Решение иррациональных уравнений и неравенств с параметрами.

Методические рекомендации по содержанию и проведению занятий

Введение. Понятие уравнений с параметрами. Первое знакомство с уравнениями с параметром.

Элективный курс целесообразно начать с вводного (организационного) занятия, где учитель знакомит учащихся с содержанием и структурой курса, объёмом и видом самостоятельных работ, а также формой итоговой работы, которую они выполняют в конце изучения курса. На первом занятии рекомендуется предложить учащимся темы и обсудить их для выступлений на практических занятиях.

Во второй части вводного занятия рекомендуется перейти к раскрытию понятий уравнения с параметром как семейства уравнений, равносильности уравнений, понятия уравнения с параметром, рассмотреть примеры задач, приводящих к решению некоторых уравнений с параметром.

Тема 1. Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром.

При изучении темы на уроке даётся понятие линейных уравнений с параметром, рассматриваются три случая зависимости корней от значения коэффициентов **a** и **b**. Здесь же необходимо начать решение уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения.

На последующих уроках необходимо рассмотреть понятие линейных неравенств с параметрами, на практическом занятии необходимо повторить свойства линейных неравенств и использовать их при решении линейных неравенств с параметрами. Ввести классификацию

систем линейных уравнений по количеству решений (неопределённые, определённые, однозначные, несовместные), дать понятие системы линейных уравнений с параметрами и алгоритм решения систем линейных уравнений с параметрами.

Тема 2. Квадратные уравнения и неравенства.

Данная тема – самая главная и основная тема курса, именно здесь отводится больше часов для изучения, на уроках необходимо ввести понятие квадратного уравнения с параметром, обратив внимание на неравенство нулю коэффициента **a**, рассмотреть зависимость количества корней уравнения от коэффициента **a** и дискриминанта, записать алгоритм решения квадратных уравнений с параметром. На практическом занятии целесообразно рассмотреть решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения.

В содержании данной темы раскрываются теоретические сведения о нахождении корней квадратного трёхчлена в зависимости от значений параметров. Учащиеся должны представлять, как может проходить график параболы в том или ином случае.

Тема 3. Аналитические и геометрические приёмы решения задач с параметрами.

На этих уроках нужно рассмотреть различные приёмы и методы решения уравнений с параметрами. Учащиеся должны понимать, что красота и краткость решения зачастую зависят от выбора пути решения задания. Необходимо подчеркнуть, какие именно задачи удобнее всего решать графическим методом.

Тема 4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами.

Эти уроки посвящаются решению тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами, показательных уравнений и неравенств с параметрами, логарифмических уравнений и неравенств с параметрами, иррациональных уравнений и неравенств с параметрами. Кроме того, здесь подводятся итоги, проверяются самостоятельные и индивидуальные задания. Обобщение материала лучше проводить в форме семинара, на котором рассматриваются задания, выполненные учащимися.

Календарно-тематическое планирование элективного курса «Решение задач с параметрами»

№	Раздел курса	Тема	Количество часов		Элементы содержания	Формы контроля (измерители)
			теория	практика		
1	Введение (1ч)	Понятие уравнения с параметром	1		Понятие уравнения с параметром. Первое знакомство с уравнениями с параметром	

2	Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром (18ч)	Решение линейных уравнений с параметрами	1	2	Линейные уравнения с параметром. Алгоритм решения линейных уравнений с параметром. Зависимость количества корней от значения коэффициентов а и b. Решение линейных уравнений с параметром	Тест
		Решение линейных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий (ограничений) к корням уравнений.		2	Решение линейных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий (ограничений) к корням уравнений.	Самостоятельная работа
		Решение уравнений, приводимых к линейным	1	2	Решение уравнений с параметрами, приводимых к линейным	Самостоятельная работа
		Решение систем линейных уравнений (с двумя переменными) с параметрами	1	2	Классификация систем линейных уравнений по количеству решений (неопределённые, определённые, однозначные, несовместные). Понятие системы линейных уравнений с параметрами. Алгоритм решения систем линейных уравнений с параметрами. Параметр и количество решений системы линейных уравнений.	Самостоятельная работа
		Контрольная работа по теме «Линейные уравнения и системы линейных уравнений с параметрами»		1		Контрольная работа
		Решение линейных неравенств с параметрами	1	1	Линейные неравенства с параметрами	
		Решение линейных неравенств с параметрами с	1	1	Решение линейных неравенств с параметрами	Самостоятельная работа

		помощью графической интерпретации				
		Решение систем линейных неравенств с одной переменной, содержащих параметры.	1	1		Самостоятельная работа
3	Квадратные уравнения и неравенства (24ч)	Решение квадратных уравнений с параметрами	2	2	Понятие квадратного уравнения с параметром. Алгоритмическое предписание решения квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами. Решение квадратных уравнений с параметром первого типа («для каждого значения параметра найти все решения уравнения»)	
		Использование теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметрами	1	2	Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром. Расположение корней квадратичной функции относительно заданной точки.	
		Решение уравнений с параметрами, приводимых к квадратным	1	1	Решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения.	
		Расположение корней квадратного уравнения в зависимости от параметра	1	2	Решение квадратных уравнений с параметром второго типа («найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям»)	
		Взаимное расположение корней двух квадратных уравнений	1	2	Задачи, сводящиеся к исследованию расположения корней квадратичной функции	
		Контрольная работа по теме «Квадратные		1		Контрольная работа

		уравнения с параметрами»				
		Решение квадратных неравенств	1	2	Решение квадратных неравенств с параметром первого типа. Решение квадратных неравенств с параметром второго типа.	
		Решение квадратных неравенств методом интервалов	1	2	Решение квадратных неравенств с параметром первого типа. Решение квадратных неравенств с параметром второго типа.	
		Нахождение заданного количества решений уравнения или неравенства	1	1	Зависимость количества корней уравнения от коэффициента a и дискриминанта	
4	Аналитические и геометрические приёмы решения задач с параметрами (11ч)	Графический метод решения задач с параметрами	1	1	Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами	
		Применение понятия «пучок прямых на плоскости», «фазовая плоскость».	1	1	Понятия «пучок прямых на плоскости», «фазовая плоскость».	
		Использование симметрии аналитических выражений	1	1	Использование симметрии аналитических выражений	
		Решение относительно параметра		1	Метод решения относительно параметра	
		Область определения при решении задач с параметрами		1	Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств.	
		Использование метода оценок и		1	Использование метода оценок и экстремальных свойств функции	

		экстремальных свойств функции				
		Равносильность при решении задач с параметрами	1	1	Применение равносильных переходов при решении уравнений и неравенств с параметром	
5	Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами (14ч)	Решение тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами	1	2	Способы решения тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами	Задания ЕГЭ, самостоятельная работа
		Решение показательных уравнений и неравенств с параметрами	1	2	Решение показательных уравнений и неравенств с параметрами	Задания ЕГЭ, самостоятельная работа
		Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами	1	2	Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами	Задания ЕГЭ, самостоятельная работа
		Решение иррациональных уравнений и неравенств с параметрами	1	2	Решение иррациональных уравнений и неравенств с параметрами	Задания ЕГЭ, самостоятельная работа
		Обобщение материала		2		Сообщения учащихся
		ИТОГО:	24	44		
			68			

Требования к учащимся

В результате курса учащиеся должны:

- научиться применять теоретические знания при решении уравнений и неравенств с параметрами, знать некоторые методы решения заданий с параметрами (по определению, по свойствам функций, графически и т.д.);

- овладеть системой знаний об уравнениях с параметром как о семействе уравнений;

- освоить специальные и общеучебные знания, позволяющие самостоятельно добывать знания по данному курсу.

Рекомендации для обучающегося

1. Прежде чем приступить к решению задач с параметрами, нужно разобраться в ситуации для конкретного числового значения параметра. (Например, возьмите значение параметра $a=1$ и ответьте на вопрос: является ли значение параметра $a=1$ искомым для данной задачи). Подстановка фиксированного значения параметра позволяет во многих случаях определить путь решения задачи.
2. При решении многих задач с параметрами удобно воспользоваться геометрическими интерпретациями. Если изобразить графики функций, входящих в левые и правые части рассматриваемых уравнений или неравенств, то тогда точки пересечения графиков будут соответствовать решениям уравнений, а число точек пересечения – числу решений. Аналогично при решении систем уравнений или неравенств можно изобразить геометрические места точек плоскости, удовлетворяющие рассматриваемым уравнениям или неравенствам. Это часто позволяет существенно упростить анализ задачи, а в ряде случаев представляет собой единственный «ключ» к решению.
3. Решение многих задач с параметрами требует умения правильно формулировать необходимые и достаточные условия, соответствующие различным условиям расположения корней квадратного трёхчлена на числовой оси.
4. Существенным этапом решения задач с параметрами является запись ответа. Особенно это относится к тем примерам, где решение как бы «ветвится» в зависимости от значений параметра. В подобных случаях составление ответа – это сбор ранее полученных результатов. Здесь важно не забыть отразить в ответе все этапы решения. Прежде чем записывать ответ, нужно ещё раз внимательно прочитать условие задачи и чётко уяснить, что именно спрашивается.
5. Для того, чтобы освоить приёмы решения задач с параметрами, необходимо внимательно разбирать примеры решения таких задач и постараться решить как можно больше таких задач самостоятельно.

Помните: чтобы научиться решать задачи, нужно их решать!

Литература для учащихся

1. *Голубев В.И.* О параметрах с самого начала [Текст] / В.И.Голубев, А.М.Гольдман, Г.В.Дорофеев //Репетитор. - 1991. - №2. – С.3-13.
2. *Дубич С.* Линейные и квадратные уравнения с параметрами [Текст] / С.Дубич // Математика / - 2001. - №36. – С.28-31.
3. *Ерина Т.М.* Линейные и квадратные уравнения с параметром [Текст] / Т.М.Ерина // Математика для школьников. – 2004. - №2. – С.17-28.
4. *Письменский Д.Т.* Математика для старшеклассников [Текст] / Д.Т. Письменский. – М.: Айрис, 1996.
5. *Ткачук В.В.* Математика – абитуриенту. Том I [Текст] / В.В. Ткачук. – М.: МЦНМО ТЕИС, 1996. – 415с.
6. *Шарыгин И.Ф.* Факультативный курс по математике. Решение задач. [Текст]: учебное пособие для 10 класса средней школы / И.Ф.Шарыгин // - М.: Просвещение,1989. – 252с.
7. *Шарыгин И.Ф.* Факультативный курс по математике. Решение задач. [Текст]: учебное пособие для 11 класса средней школы / И.Ф.Шарыгин // - М.: Просвещение,1991. – 384с.
8. http://www.spin.nw.ru/student/dist_ed/math_02/problems1.htm.

Литература для учителя

1. *Васильева В.* Уравнения и системы уравнений с параметром: применение понятия «пучок прямых на плоскости» [Текст] / В.Васильева, С.Забелина // Математика.- 2002. - №4.- С.20-22.
2. *Егерман Е.* Задачи с параметрами. 7 – 11 классы [Текст] / Е.Егерман // Математика. – 2003. - №1. – С.18-20.
3. *Егерман Е.* Задачи с параметрами. 7 – 11 классы [Текст] / Е.Егерман // Математика. – 2003. - №2. – С.10-14.

4. *Косякова Т.* Решение квадратных и дробно – рациональных уравнений, содержащих параметры. [Текст] / Т.Косякова // Математика. – 2001. - №22. – С. 15-18.
5. *Косякова Т.* Решение линейных уравнений и систем уравнений, содержащих параметры. [Текст] / Т.Косякова // Математика. – 2001. - №38. – С. 5-9.
6. *Креславская О.* Задачи с параметром в итоговом повторении [Текст] / О. Креславская // Математика. – 2004. -№18. – С.23-27.
7. *Креславская О.* Задачи с параметром в итоговом повторении [Текст] / О. Креславская // Математика. – 2004. -№19. – С.23-27.
8. *Кривчикова Э.* Тема «Уравнения и системы уравнений» в курсе алгебры 11 класса [Текст] / Э.Кривчикова// Математика. – 2004. -№37. – С.18-37.
9. *Легошина С.* Решение неравенств первой и второй степени с параметрами [Текст] / С. Легошина // Математика. – 2000. - №6. – С.15-17.
10. *Нехорошкина А.Ф.* Элективный курс «Задачи с параметрами» [Электронный ресурс] / А.Ф.Нехорошкина, Т.Н.Филимонова//Фестиваль педагогических идей. Открытый урок 2006-2007 учебного года. Сайт ИД «Первое сентября».
11. *Окунев А.А.* Графическое решение уравнений с параметрами [Текст] / А.А. Окунев. – М.: школа-Пресс,1986.
12. *Ткачук В.В.* Математика – абитуриенту. Том I [Текст] / В.В. Ткачук. – М.: МЦНМО ТЕИС, 1996. – 415с.
13. *Шарыгин И.Ф.* Факультативный курс по математике. Решение задач. [Текст]: учебное пособие для 10 класса средней школы / И.Ф.Шарыгин // - М.: Просвещение,1989. – 252с.
14. *Шарыгин И.Ф.* Факультативный курс по математике. Решение задач. [Текст]: учебное пособие для 11 класса средней школы / И.Ф.Шарыгин // - М.: Просвещение,1991. – 384с.
15. *Ястребинецкий Г.А.* Уравнения и неравенства, содержащие параметры [Текст]: пособие для учителей / Г.А. Ястребинецкий. – М.:Просвещение,1972.
16. http://www.spin.nw.ru/student/dist_ed/math_02/problems1.htm.

