

Введение

«Простой линейный алгоритм для формального исполнителя»

11.02.2016

Решение задач типа 14 ГИА по информатике и ИКТ подразумевает собой нахождение последовательности команд для некоторого исполнителя, в результате чего он достигает поставленной цели.

В нашем случае мы имеем дело с так называемым формальным исполнителем (любой искусственный исполнитель), который знает всего несколько математических команд, с помощью которых может производить ограниченные математические расчёты.

Давайте проиллюстрирует общий подход к рассуждениям по данному типу задач.

У исполнителя Делитель две команды, которым присвоены номера:

1. раздели на 2
2. вычти 1

Первая из них уменьшает число на экране в 2 раза, вторая уменьшает его на 1. Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 65 числа 4, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд.

*(Например, 12112 – это алгоритм:
раздели на 2
вычти 1
раздели на 2
раздели на 2
вычти 1,
который преобразует число 42 в число 4).*

Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Первое, что приходит на ум воспользоваться методом перебора всех вариантов. Но в этом случае есть вероятность запутаться, так как количество вариантов довольно большое. Поэтому, предлагаю графический метод решения.

Итак, запишем исходное число 65 по центру листа:

65

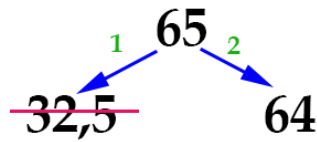
Решение задач типа 14 ГИА по информатике

По условию у исполнителя всего 2 команды — раздели на 2 и вычти 1. В итоге после выполнения первой команды (из максимально возможных пяти) мы можем получить два числа:

$$65 / 2 = 32,5$$

$$65 - 1 = 64$$

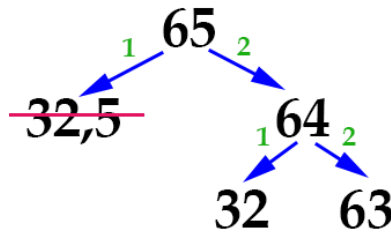
Но так как в условии указано, что **Исполнитель работает только с натуральными числами**, то число 32,5 мы сразу отбросим — оно не натуральное. Значит у нас получается такая картина:



задача 14 ГИА по информатике — шаг 1

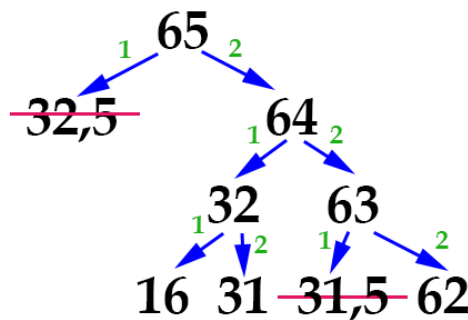
Здесь над стрелочками указаны номера команд. Левая ветвь зачеркнута — число 32,5 натуральным не является. Это существенно облегчает нам дальнейшее решение. Значит рассмотрим только правую ветвь.

На втором шаге мы будем выполнять команды уже над числом 64. Получим такую картину:



задача 14 ГИА по информатике — шаг 2

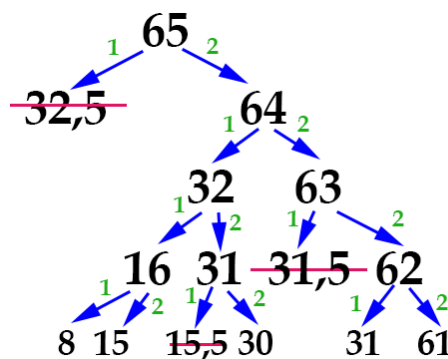
Продолжаем. На третьем шаге команды необходимо произвести уже с двумя полученными числами — 32 и 63:



задача 14 ГИА по информатике — шаг 3

Здесь мы видим, что число 31,5 опять не удовлетворяет требованию натуральности.

Продолжаем. Осталось немного. Итак, четвертый шаг:



задача 14 ГИА по информатике — шаг 4

А можно просто посчитать в уме. Мы видим, что нужное число 4 получено. В ответе нам нужно указать последовательность команд. Ее мы легко найдем, пройдя по стрелочкам от исходного числа 65 к полученному 4:

Это и есть правильный ответ.

ЗАДАНИЕ 1.

У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

- 1. вычти 3**
- 2. возведи в квадрат**

Первая из них уменьшает число на экране на 3, вторая возводит его во вторую степень. Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 4 числа 49, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 21211 — это алгоритм: возведи в квадрат, вычти 3, возведи в квадрат, вычти 3, вычти 3, который преобразует число 3 в 30.) Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

РЕШЕНИЕ:

Заметим, что $49 = 7^2$. Из числа 4 число 7 можно получить последовательностью команд 2111. Следовательно, искомый алгоритм: 21112. **Правильный ответ: 54, 25₁₀**

Правильный ответ: 21112.

ЗАДАНИЕ 2.

У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

- 1. вычти 1**
- 2. возведи в квадрат**

Первая из них уменьшает число на экране на 1, вторая возводит его во вторую степень. Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 2 числа 64, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 11121 — это алгоритм: вычти 1, вычти 1, вычти 1, возведи в квадрат, вычти 1, который преобразует число 7 в 15.) Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

РЕШЕНИЕ:

Заметим, что $64 = 8^2$. Из числа 2 число 8 можно получить последовательностью команд 2121. Следовательно, искомый алгоритм: 21212.

Правильный ответ: 21212.

ЗАДАНИЕ 3.

У исполнителя Делитель две команды, которым присвоены номера:

- 1. раздели на 2**
- 2. вычти 3**

Первая из них уменьшает число на экране в 2 раза, вторая уменьшает его на 3. Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 41 числа 4, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 11122 — это алгоритм: раздели на 2, раздели на 2, раздели на 2, вычти 3, вычти

3, который преобразует число 88 в 5.) Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

РЕШЕНИЕ:

Поскольку Делитель работает только с натуральными числами и число 41 — нечётное, первая команда должна быть 2. Из числа 38 число 4 можно получить последовательностью команд 1211. Следовательно, искомый алгоритм: 21211.

Ответ: 21211.

ЗАДАНИЕ 4.

У исполнителя Вычислитель две команды, которым присвоены номера:

1. вычти 3
2. умножь на 2

Первая из них уменьшает число на экране на 3, вторая удваивает его. Составьте алгоритм получения из числа 3 числа 18, содержащий не более 4 команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 1222 — это алгоритм вычти 3, умножь на 2, умножь на 2, умножь на 2, который преобразует число 5 в 16.) Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

РЕШЕНИЕ:

Последовательностью команд 22 придём к числу 12, далее используем только команды 12. Следовательно, искомый алгоритм: 2212.

Ответ: 2212.

ЗАДАНИЕ 5.

У исполнителя Умножатор две команды, которым присвоены номера:

1. умножь на 3
2. прибавь 2

Первая из них увеличивает число на экране в 3 раза, вторая — прибавляет к числу 2. Составьте алгоритм получения из числа 2 числа 66, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 12212 — это алгоритм: умножь на 3, прибавь 2, прибавь 2, умножь на 3, прибавь 2, который преобразует число 2 в 32.) Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

РЕШЕНИЕ:

Из числа 2 число 20 можно получить последовательностью команд 112. Далее будем использовать команды 2 и 1. Следовательно, искомый алгоритм: 11221.

Ответ: 11221.

ЗАДАНИЕ 6.

У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

1. возведи в квадрат
2. прибавь 3

Первая из них возводит число на экране во вторую степень, вторая — прибавляет к числу 3. Составьте алгоритм получения **из числа 5 числа 127**, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 12212 — это алгоритм: *возведи в квадрат*
прибавь 3
прибавь 3
возведи в квадрат
прибавь 3,
который преобразует число 2 в число 103).

Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

РЕШЕНИЕ:

Ни одна из команд не уменьшает число. Выпишем близкие к 127 числа, являющиеся квадратами целых чисел: 100, 121, 144. Для получения числа 11 выполним команду 2 два раза, команду 1 выполним 1 раз. Из числа 121 число 127 получается выполнением команды 2 два раза.

Ответ: 162.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

Задание 14 № 1267. У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

- 1. возведи в квадрат**
- 2. вычти 2**

Первая из них возводит число на экране во вторую степень, вторая – вычитает из числа 2.

Составьте алгоритм получения **из числа 7 числа 79**, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд.

(Например, 21221 – это алгоритм

вычти 2

возведи в квадрат

вычти 2

вычти 2

возведи в квадрат,

который преобразует число 6 в 144.)

Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Задание 14 № 1148. У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

- 1. прибавь 3**
- 2. возведи в квадрат**

Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая возводит его во вторую степень. Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 4 числа 58, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд.

(Например, 22111 – это алгоритм:

возведи в квадрат

возведи в квадрат

прибавь 3

прибавь 3

прибавь 3,

который преобразует число 3 в 90).

Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Задание 14 № 1085. У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

- 1. возведи в квадрат**
- 2. прибавь 3**

Первая из них возводит число на экране во вторую степень, вторая прибавляет к числу 3. Составьте алгоритм получения из числа 2 числа 55, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд.

(Например, 22122 – это алгоритм:

прибавь 3

прибавь 3

возведи в квадрат

прибавь 3

прибавь 3,

который преобразует число 2 в число 70.)

Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Задание 14 № 933. У исполнителя Умножитель две команды, которым присвоены номера:

- 1. умножь на 3**
- 2. прибавь 2**

Первая из них умножает число на 3, вторая — прибавляет к числу 2. Составьте алгоритм получения из числа 2 числа 58, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд.

(Например, 21122 – это алгоритм:

прибавь 2

умножь на 3
умножь на 3
прибавь 2
прибавь 2,
который преобразует число 1 в 31).

Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Задание 14 № 154. У исполнителя Делитель две команды, которым присвоены номера:

- 1. раздели на 2**
- 2. вычти 1**

Первая из них уменьшает число на экране в 2 раза, вторая уменьшает его на 1. Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 27 числа 3, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 12121 — это алгоритм: раздели на 2, вычти 1, раздели на 2, вычти 1, раздели на 2, который преобразует число 30 в 3.) Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Задание 14 № 54. У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

- 1. прибавь 1**
- 2. возведи в квадрат**

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая возводит его во вторую степень. Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 3 числа 84, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 11221 — это алгоритм: возведи в квадрат, прибавь 1, прибавь 1, возведи в квадрат, возведи в квадрат, прибавь 1, который преобразует число 1 в 82.) Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Задание 14 № 214. У исполнителя Делитель две команды, которым присвоены номера:

- 1. раздели на 2**
- 2. вычти 1**

Первая из них уменьшает число на экране в 2 раза, вторая уменьшает его на 1. Исполнитель работает только с натуральными числами. Составьте алгоритм получения из числа 27 числа 5, содержащий не более 5 команд. В ответе запишите только номера команд. (Например, 12111 — это алгоритм: раздели на 2, вычти 1, раздели на 2, раздели на 2, раздели на 2, который преобразует число 50 в 3.) Если таких алгоритмов более одного, то запишите любой из них.

Дополнительный материал

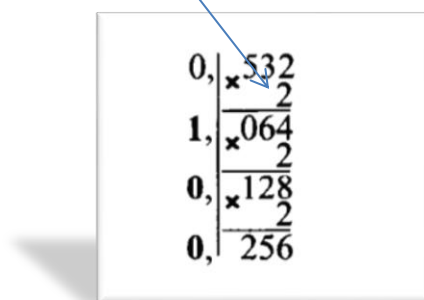
1. Перевод правильной десятичной дроби из десятичной СС в другую, необходимо последовательно умножать эту дробь, а затем получаемые дробные части на основание той СС, в которую она переводится. Умножение производится до тех пор, пока дробная часть не станет равная нулю или не достигается заданная точность.

ЗАДАНИЕ 1.

Перевести число 0,532 из десятичной СС в двоичную СС с точностью до тысячных.

РЕШЕНИЕ:

Так как нам необходимо перевести число в двоичную СС, то нам необходимо провести деление дробной части на число **2** (что соответствует основанию двоичной СС).



The image shows a handwritten calculation for converting the decimal number 0.532 to binary. It uses the multiplication method, where the fractional part is multiplied by 2, and the integer part of the result is the next binary digit. The calculation is as follows:

$$\begin{array}{r} 0, \times 532 \\ \hline 1, \times 064 \\ \hline 0, \times 128 \\ \hline 0, \times 256 \end{array}$$

A blue arrow points from the word "число" in the text above to the number 2 in the first step of the calculation.

Так же видим, что деление может продолжаться достаточно долго, поэтому останавливаемся на достижении заданной точности.

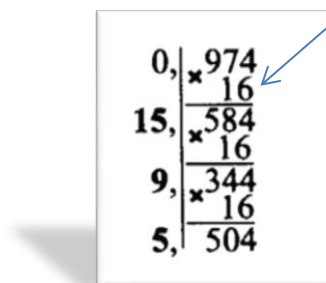
Ответ: $0,532_{10} = 0,100_2$

ЗАДАНИЕ 2.

Перевести число 0,974 из десятичной СС в шестнадцатеричную СС с точностью до тысячных.

РЕШЕНИЕ:

Так как нам необходимо перевести число в шестнадцатеричную СС, то нам необходимо провести деление дробной части на число **16** (что соответствует основанию двоичной СС).



The image shows a handwritten calculation for converting the decimal number 0.974 to hexadecimal. It uses the multiplication method, where the fractional part is multiplied by 16, and the integer part of the result is the next hexadecimal digit. The calculation is as follows:

$$\begin{array}{r} 0, \times 974 \\ \hline 15, \times 584 \\ \hline 9, \times 344 \\ \hline 5, \times 504 \end{array}$$

A blue arrow points from the word "число" in the text above to the number 16 in the first step of the calculation.

Ответ: $0,947_{10} = 0, F95_{16}$

2. Перевод чисел из двоичной СС в восьмеричную и шестнадцатеричную. Для примера будем рассматривать варианты, где имеется как целая, так и дробная части числа.

ЗАДАНИЕ 3.

Перевести число 10011001111,0101 из двоичной СС в восьмеричную СС.

РЕШЕНИЕ:

Для решения поставленной задачи воспользуемся имеющейся таблицей соответствий кодирования двоичной записи и восьмеричной.

$$\underbrace{010}_2 \underbrace{011}_3 \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7, \underbrace{010}_2 \underbrace{100}_4 = 2317,24_8$$

Ответ: $2317,24_8$

ЗАДАНИЕ 4.

Перевести число 1011111011,100011 из двоичной СС в шестнадцатеричную СС.

РЕШЕНИЕ:

Для решения поставленной задачи воспользуемся имеющейся таблицей соответствий кодирования двоичной записи и шестнадцатеричной.

$$\underbrace{0101}_5 \underbrace{1111}_F \underbrace{1011}_B, \underbrace{1000}_8 \underbrace{1100}_C = 5FB,8C_{16}$$

Ответ: $5FB,8C_{16}$

Учитель информатики и ИКТ: Шаповалов И.Л.